

第 29・30 章 速さと比

速さと比の分野は、速さの領域では最後に当たる部分です。旅人算と比の計算ができるようになって初めて、速さと比に取り組むことができます。ところが実際に解いてみると、どのような場合に逆比になるかなどがあいまいで、使いこなせていない生徒も見受けられます。そのようなときは、速さの 3 公式からさかのぼって考えるようにしなくてはなりません。

【1】速さと比

1. この単元を学ぶ前に必要な基礎力

(1) 速さの単位・速さの 3 公式・旅人算

第 28 章を参照してください。特に旅人算は、図を書かなくてもできるようになるまで練習しておく必要があります。

(2) 比の計算

※次の比を、最も簡単な整数の比に直しなさい。

① $45 : 80$ (答え) $9 : 16$

② $3.4 : 5.1$ (答え) $2 : 3$

③ $\frac{6}{7} : \frac{3}{4}$ (答え) $8 : 7$

<考え方> 分数の計算をやったばかりの生徒は、③のような問題で「通分」をしようとしてしまうことがあります。もちろん比は「拡大・縮小」の話ですから、通分はしません。分母の最小公倍数をすだれ算で求め、左右それぞれにかけます。

※次の□に入る数を求めなさい。

④ $12 : 17 = 60 : \square$ (答え) 85

<考え方> 一般的には、「内項の積＝外項の積」を利用して、 $\square \times 12 = 17 \times 60$ 、 $\square = 85$ というふうに出します。
しかしこの問題のように、12 を 5 倍すれば 60 になるときは、17 も 5 倍して 85 と求めるほうが早いでしょう。計算はとにかく早くできるようにしましょう。

【学習のポイント】

単位の計算、速さの 3 公式、比の計算は時間を計って素早く、正確に計算できるようにしましょう。

2. 速さと比

【問1】 学君は家から図書館までの道のりを毎時12kmの自転車で行くと、毎時3.6kmの速さで歩いていくより28分早く着きます。学君の家から図書館までの道のりは何kmですか。

【考え方】 距離が一定なので、速さの比が10:3になるので、時間の比は逆比の3:10になります。しかし逆比だと覚えさせるよりも、「距離・時間・速さのうち、何が同じなのか」を意識させると、速さと比の問題はそれだけで一貫した解き方に見えてきます。

【解答例】 自転車で行く場合と、歩いて行く場合は、距離が1:1になります。そして、速さの比は12:3.6=10:3となります。そして、次のような図にまとめて、時間の比を出します。

	自転車	歩き	
距離の比	1	1	
速さの比	10	3	

時間の比	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{3}$	← 時間=距離÷速さ
	= 3	= 10	

そうすると、3:10の差にあたる7=28分、1=4分、自転車では4×3=12分かかることになります。従って、

$$12 \text{ km/時} \times \frac{12}{60} = \underline{2.4 \text{ km}} \text{ (答え)}$$

【問2】 100mを兄は12秒、弟は15秒で走ります。兄弟が同時にスタートして100m走ったとすると、兄がゴールしたとき、弟は兄の何m後ろにいますか。

【考え方】 問1と比べて、条件が入り乱れているようにみえます。ですから、①段落分けをして、②それぞれの段落で、距離・時間・速さのうちどれが同じか、を整理して解きましょう。

【解答例】 問題文は前半部分と後半部分とに分かれています。まず、前半部分で、距離・時間・速さのうちどれが同じかを考えます。そう、距離が1:1ですね。

	兄	弟	
距離の比	1	1	
時間の比	4	5	

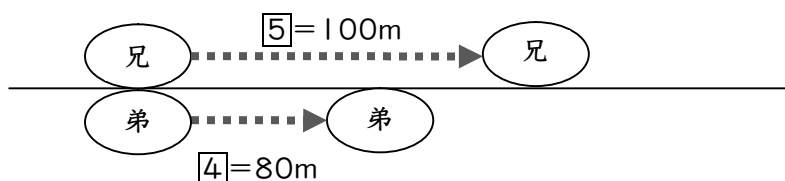
速さの比	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	← 速さ=距離÷時間
	= 5	= 4	

考える姿勢が身につく受験算数

このようにして、前半部分で速さの比が 5 : 4 と求まりましたので、これを使って後半部分を解きます。後半部分でも同じように、距離・時間・速さのうちどれが同じかを考えます。そう、時間が 1 : 1 ですね。

	兄	弟	
時間の比	1	1	
速さの比	5	4	← 前半部分から導いたもの
距離の比	5	4	← 距離 = 速さ × 時間

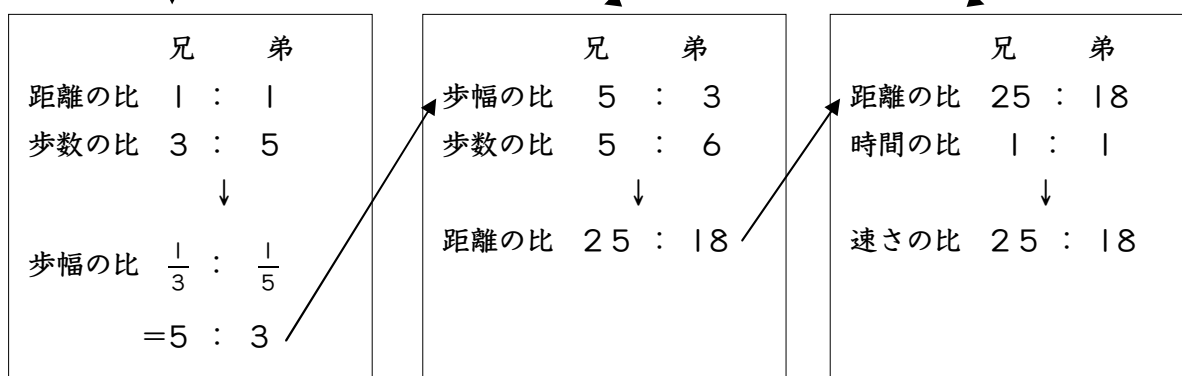
そして、兄はゴールしていますから 100m 走っています。だから、5 = 100m となります。下の図より、弟は兄の 20m (答え) 後ろにいることとなります。



【問 3】 兄が 3 歩で進み距離を、弟は 5 歩で進みます。兄が 5 歩進む間に弟は 6 歩進みます。弟が 70 歩進んでから兄が追いかけると、兄は □ 歩で弟に追いつきます。(開智中)

【考え方】 この問題は、「距離 = 歩幅 × 歩数」と「距離 = 速さ × 時間」がからんだ問題です。カンガルーの親子とかロボットとか、いろんなバリエーションがありますが、考え方は全部同じです。まずは、前 2 つの段落のうち、距離が 1 : 1 になるものから目をつけます。

【解答例】 兄が 3 歩で進み距離を、弟は 5 歩で進みます。兄が 5 歩進む間に弟は 6 歩進みます。



あとは追いつき算です (イメージしやすいように、単位を仮につけておきます)。弟は、70 歩 × 歩幅 3m = 210m の距離を進んでいますから、 $210\text{m} \div (25 - 18) = 30$ (分後に兄が弟に追いつく)、 30 (分) × 25 (m/分) が兄の進んだ距離、これを歩幅 5m で割って、兄の歩数は 150 歩 (答え) となります。

【2】4科のまとめ解説 (p.63) (46のみ)

4

家から駅まで行くのに、歩けば25分かかり、走れば10分かかります。家から駅までの $\frac{3}{5}$ を歩き、残りを走るとすると、全部で何分かかりますか。

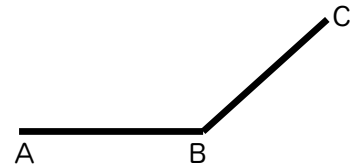
速さは変わっていないことに注目ですね。家から駅までの距離を1とおいて考えましょう。

歩き 歩き 速さの比 : 距離の比 : $\frac{3}{5}$ <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 時間の比 : $\frac{3}{5}$ = 5 : 3	走り 走り 速さの比 : 距離の比 : $\frac{2}{5}$ <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 時間の比 : $\frac{2}{5}$ ← 時間=距離÷速さ = 5 : 2
--	---

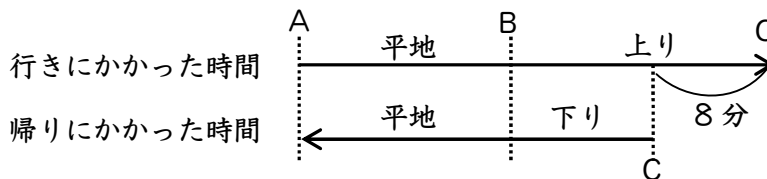
すると、5=25分だから3=15分、5=10分だから2=4分、従って、15+4=19分(答え)となります。

6

右の図のように、A、B、Cの3つの地点があります。A~B地点は平地で、B~C地点は上りです。いま、A地点を出発して、AC間を往復するのに行きは35分、帰りは27分でした。このとき、速さは、平地は分速80m、上りは分速60m、下りは分速100mでした。AB間の道のりは何mですか。



行きにかかった時間と帰りにかかった時間に35-27=8分の違いがでたのは、BC間です。



そして、BC間で、速さ・距離・時間の中で1:1になるのは、距離です。

	上り 下り
距離の比	:
速さの比	3 : 5
<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>	
時間の比	$\frac{1}{3}$: $\frac{1}{5}$ ← 時間=距離÷速さ
= 5 : 3 → 2 = 8分	

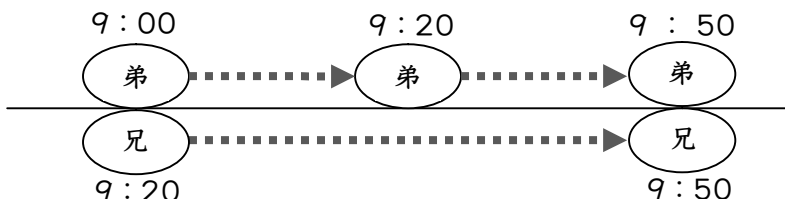
従って、上りにかかる時間は20分、平地にかかる時間は35-20=15分、よってAB間の道のりは、80×15=1200m(答え)となります。

【2】 4科のまとめ解説 (p.65)

1

兄と弟が家を出発して公園まで行きます。9時に弟が出発して、9時20分に兄が出発したところ、9時50分に兄は弟を追い越しました。兄と弟の速さの比をもとめなさい。

65 ページは全滅の人もありますから、全問解説します。問題の要素を図にすると次の通りです。



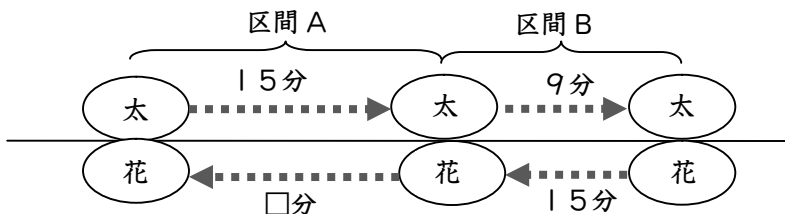
一見追いつき算のように見えますが、時間しかでてないので追いつき算をあてはめることはできません。速さの問題では、このようなときに「距離・時間・速さのうち同じものを探す」というクセをつけましょう。この問題では、家から公園までの距離が1:1で、その距離を弟は50分、兄は30分で進んでいます。

	兄	弟	
距離の比	1	1	
時間の比	3	5	
速さの比	<u>5 : 3</u> …… (答え)		

2

太郎君はA町からB町に向かって、花子さんはB町からA町に向かって同時に出発しました。このとき、2人は15分後にすれちがい、その9分後に太郎君はB町に着きました。花子さんがA町に着くのはB町を出発してから何分後ですか。

問題の要素を図にしてみましょう。重要なことは、上段は太郎君の情報だけ、下段は花子さんだけの情報だけ、というふうに区別することです。



すると、区間Bの距離が1:1ですので速さの比がでます。それを区間Aに使いましょう。

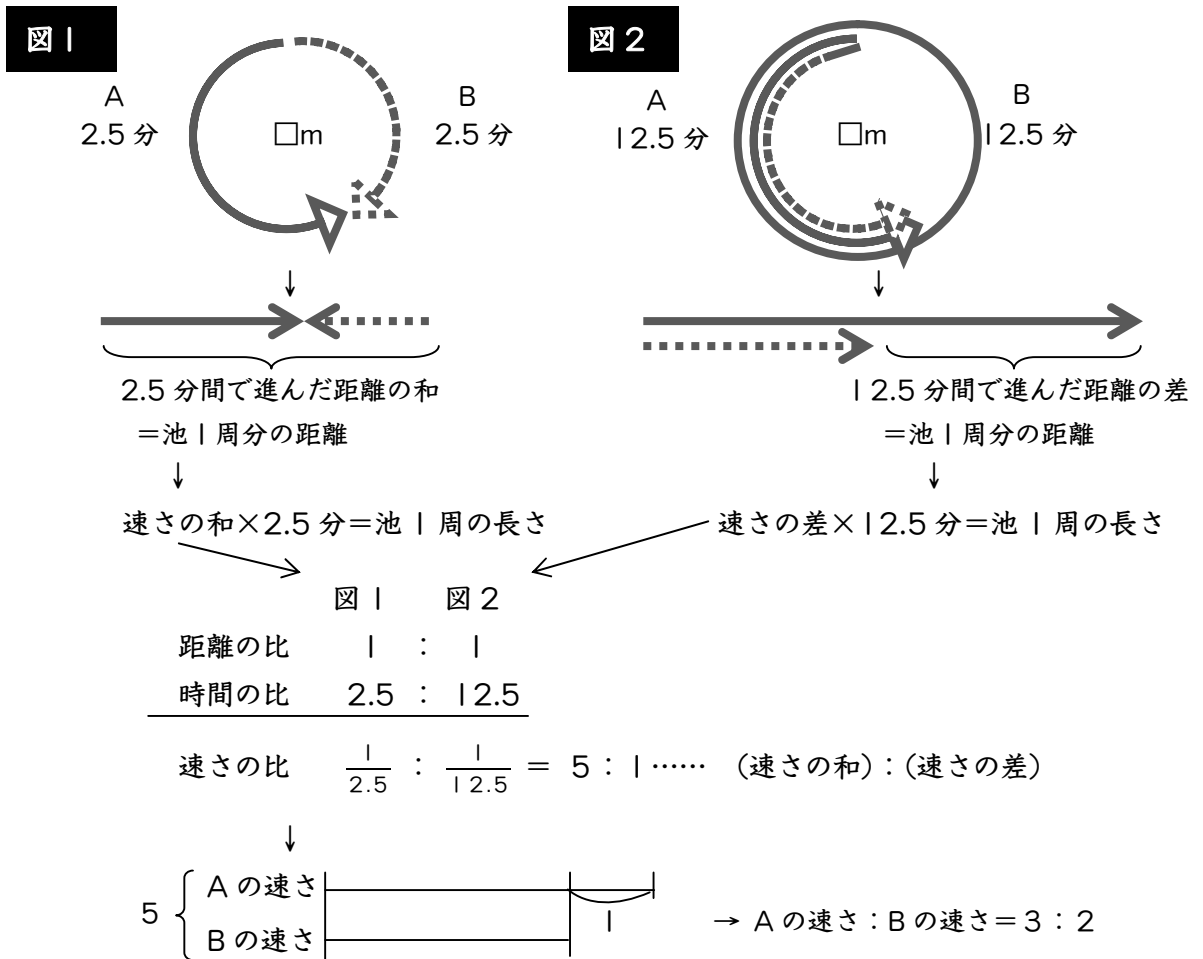
<区間B>	太郎	花子	<区間A>	太郎	花子
距離の比	1	1	距離の比	1	1
時間の比	3	5	速さの比	5	3
速さの比	5	3	時間の比	3	5

従って、区間Aで、15分:□分=3:5、□=25分、25+15=40分 (答え)

3

A君とB君が池のまわりを同じ地点から同時に出発します。反対方向に回ると2分30秒後にはじめて出会い、同じ方向にまわると12分30秒後にはじめてA君がB君を追い抜きます。A君がこの池を1周するのにかかる時間は何分何秒ですか。

話が抽象的になりやすいので、旅人算の基本から具体的にみてゆきましょう。



このようにして、二人の速さの比が分かると、下の図3でみて分かるように、池1周分の長さを、 $2.5 \times (3+2) = 12.5$ とおくことができます。従って、Aが1周するのにかかる時間は、 $12.5 \div 3 = 4 \frac{1}{6}$ 分 = 4分10秒 (答え) となります。

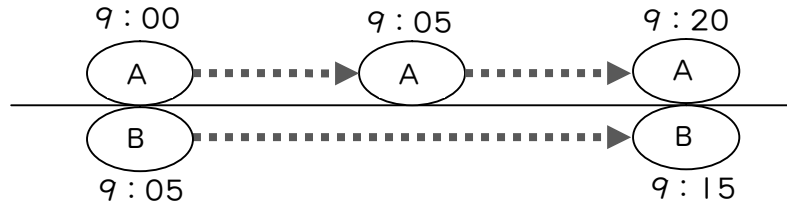
図3



4

A、B、Cの3人がP地からQ地へ向かいます。BはAより5分遅れて出発すると、Bが出発してから15分後にAに追いつき、CがBより5分遅れて出発すると、Cが出発してから15分後にBに追いつきます。A、B、Cの速さの比を求めなさい。

具体的に、朝9時スタートとしてみましましょう。



そして、時間・速さ・距離のうち何が1:1になるかを考えると、スタート地点から追いつくまでの距離が同じになると分かります。従って、下のように、AとBの速さの比は3:4になります。

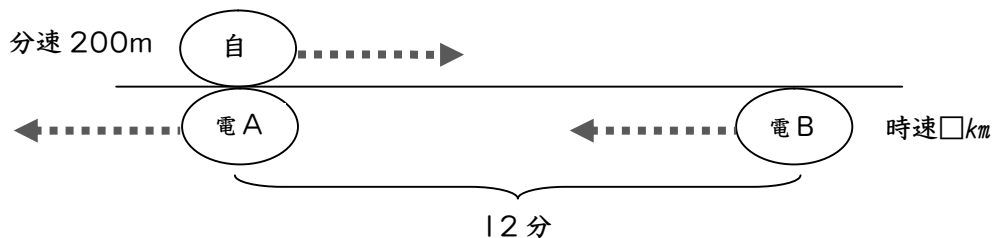
	A	B	
距離の比	1	1	
時間の比	4	3	← 20 : 15
速さの比	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	← 速さ=距離÷時間
	= 3 : 4		

同様にすれば、BとCの速さの比も3:4と求まります。従って、連比を計算して、A、B、Cの速さの比は、9:12:16 (答え) となります。

5

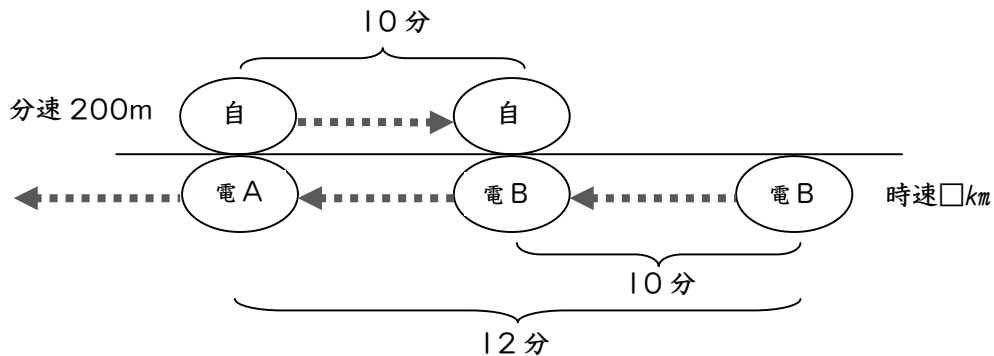
線路に沿った道を、分速200mの自転車で走っている人がいます。この人は、12分間かくで運行している電車と10分おきにすれちがいました。電車の速さは時速何kmですか。

これも具体的に図を書いて、そして時間・速さ・距離がだれにとってのものなのかを書き込めば、簡単に解けます。図を書くときのポイントは、上段に自転車の情報を、下段に電車の情報を、区別して書きこむことです。下の図は、自転車が、先行する電車Aに出会ったときに、次に出会う電車Bを示したものです。では、問題文の10分をどのように書き込めばよいでしょうか。



考える姿勢が身につく受験算数

問題文の 10 分は次のように書き込むことになります。



そうすると、自転車が 10 分で進む距離を、電車は $12 - 10 = 2$ 分で進むことが分かります。従って、電車の速さは、 $200 \times 10 \div 2 = 1000\text{m}/\text{分} = \underline{60\text{ km}/\text{時}}$ (答え) となります。

もちろん、距離の比が $1 : 1$ の区間に注目して、時間の比が $10 : 2$ 、従って速さの比を $1 : 5$ と求めて、 $\text{分速 } 200\text{m}/\text{分} \times 5 = 1000\text{m}/\text{分} = \underline{60\text{ km}/\text{時}}$ (答え) とやっても同じことです。

6

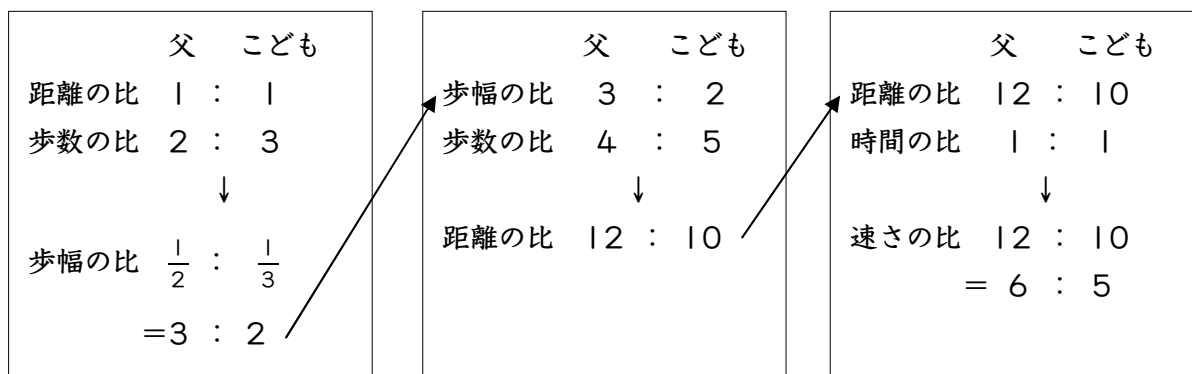
父が 2 歩であるく距離を子どもは 3 歩で歩きます。また、父が 4 歩あるく間に子どもは 5 歩歩きます。いま、子どもが 50 歩あるいたとき、父が追いかけると父は何歩で追いつきますか。

「距離 = 歩幅 × 歩数」と「距離 = 速さ × 時間」がからんだ問題ですね。まずは、前 2 つの段落のうち、距離が $1 : 1$ になる条件から目をつけます。

・「父が 2 歩であるく距離を、子どもは 3 歩であるきます。」… 距離の比が $1 : 1$ の条件

・「父が 4 歩あるく間に、子どもは 5 歩あるきます。」… 時間の比が $1 : 1$ の条件

従って、前の条件からみていきます。



あとは追いかけ算です (イメージしやすいように、単位を仮につけておきます)。子どもは、 $50 \text{ 歩} \times \text{歩幅 } 2\text{m} = 100\text{m}$ の距離を進んでいますから、 $100\text{m} \div (6 - 5) = 100$ 分後に父が子どもに追いつきます。そしてその間、父は $100 (\text{分}) \times 6 (\text{m}/\text{分})$ の距離を進んでいますから、これを 1 歩の歩幅 3m で割って、父の歩数は 200 歩 (答え) となります。