

第28章 旅人算

出会い算と追いつき算を合わせて「旅人算」といいます。何分後に会う、あるいは追いつく、という話です。旅人算は速さの基礎的なツールですので、旅人算ができない生徒は速さは不得意とって間違いありません。それにもかかわらず、小6になっても使いこなせない生徒がいるのは、説明が抽象的になっているからです。

【1】旅人算

1. この単元を学ぶ前に必要な基礎力

(1) 速さの単位

① 秒速□m = 分速 1.2 km (答え) 20m/秒

② 分速 350m = 時速□km (答え) 21 km/分

③ 秒速□m = 時速 27 km (答え) 7.5m/秒

※③の場合は、 $27 \div 3.6 = 7.5$ と一発で出すやりかたを知っておくとよいでしょう。

$$\text{秒速}\square\text{m} \times 3.6 = \text{時速}\square\text{km}$$

$$\text{時速}\square\text{km} \div 3.6 = \text{秒速}\square\text{m}$$

(2) 速さの3公式

$$\begin{aligned} \text{速さ} &= \text{距離} \div \text{時間} \\ \text{距離} &= \text{速さ} \times \text{時間} \\ \text{時間} &= \text{距離} \div \text{速さ} \end{aligned}$$

① 4時間で360 km走る自動車の速さは、秒速□mです。 (答え) 25m/秒

② 時速120 kmで走る電車は、1時間20分で何km走りますか。(答え) 160 km

③ 15分で720m進む速さで5 km歩くときの時間は何時間何分何秒ですか。

(答え) 1時間44分10秒

【学習のポイント】

これらの基礎的な計算は、早く正確にできるようにしておく必要があります。生徒の中には、計算の途中で答えが小数になったり、割り切れそうにないときに、とたんに計算を止めたり、計算のスピードが落ちる人がいます。

しかし、短時間で答えを出す訓練を積んでおかないと、得点力のアップは見込めません。割り切れないこともありますから、分数で立式して素早く計算するようにしましょう。

考える姿勢が身につく受験算数

2. 旅人算 (1) …… 出会う (二人が進むのにかかる時間が同じ)

【問1】 分速65mで歩く兄と、分速60mで歩く妹が、1500m離れたところから向かい合って同時に歩き始めると、何分後に会いますか。

【解答例】 兄と妹は、1分間に $65+60=125$ m近づきますから、 $1500\text{m} \div 125 = 12$ 分後に会うことになります。

しかし、頭がこんがらがってしまう生徒もいますから、初めて習う生徒には、上記の式を発見させるようにさせましょう。

【考え方】 問題の前提となる条件は、「ヨーイドンで同時に出発して、同じ時間だけ進む」です。そこで、同時に出発してから□分後に二人がどれだけ進み、進んだ距離の合計を表にします。作業を通じて、原理・原則を発見させると、知識が定着しやすくなります。

	兄	妹	二人の進んだ距離の合計
1分後	65m	60m	$65 \times 1 + 60 \times 1 = (65 + 60) \times 1 = 130\text{m}$
2分後	130m	120m	$65 \times 2 + 60 \times 2 = (65 + 60) \times 2 = 250\text{m}$
…	…	…	…
5分後	325m	300m	$65 \times 5 + 60 \times 5 = (65 + 60) \times 5 = 625\text{m}$
…	…	…	…
□分後			$65 \times \square + 60 \times \square = (65 + 60) \times \square = 1500\text{m}$

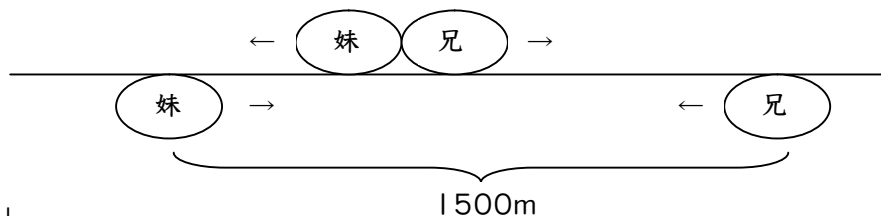
表を見れば、二人が同時に出発して同じ時間だけ進めば、

$$(\text{二人の速さの和}) \times (\text{時間}) = (\text{二人が進んだ距離の合計})$$

となることに気がきます。下線部を含めて、この原理を「発見」させることが重要です。

↓

ここで、「二人が進んだ距離の合計は何を表すか」を考えさせます。すると、二人が離れて進むか、向かい合って進むかのどちらかだ、と分かります。



ここまできたら設問に戻り、上の表で、□は $1500\text{m} \div (65 + 60) = 12$ 分 (答え) となることを確認します。

繰り返しになりますが、「二人が同時に出発して、二人が同じ時間だけ進む」という前提条件を満たす場合に、二人の距離 \div 速さの和を計算すると、出会うまでにかかる時間を求めることができる、ということをしつこく確認する必要があります。

考える姿勢が身につく受験算数

2. 旅人算 (2) …… 追いつく (二人が進むのにかかる時間が同じ)

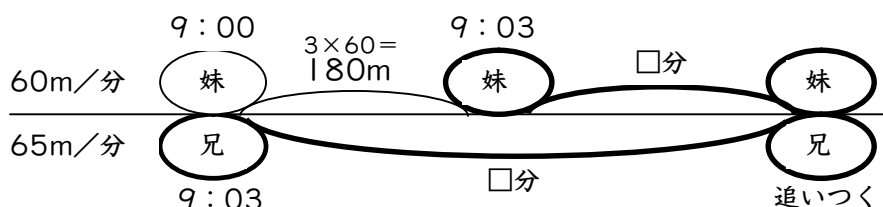
【問 2】 兄は分速 65m で、妹は分速 60m で歩きます。妹が出発してから 3 分後に兄が妹を追いかけると、兄が出発してから何分後に兄は妹に追いつきますか。

【解答例】 妹はすでに $60 \times 3 = 180\text{m}$ 進んでいます。そして、兄と妹の距離は、1 分間に $65 - 60 = 5\text{m}$ 近づきますから、 $180\text{m} \div 5 = 36$ 分後に会うことになります。

出会い算と同様に、初めて習う生徒には、上記の式を発見させるようにさせましょう。

【考え方】 問題の前提となる条件は、出会い算と同じく「ヨーイドンで同時に出発して、同じ時間だけ進む」です。しかし、追いつき算の場合はスタート地点が紛らわしいので、出会い算のとき以上に、状況を具体的にイメージする必要があります。

まずは、下の図のように、情報を整理しましょう (分かりやすいように、午前 9 時スタートとしておきます)。



図を描くポイントは、上段に妹の情報 (時間・速さ・距離)、下段に兄の情報 (時間・速さ・距離) を別々に書くことです。速さの問題では、「だれにとっての時間か」「だれにとっての速さか」という点が非常に重要だからです。

そして、求める時間は図の□分のところです。同じ時間であっても、妹と兄で進む距離が異なるのは、二人の速さが異なる以上、当然です。当然ですが、速さ・時間・距離のうち何が同じかを意識するクセをつけないと、速さの問題は得意になりません。

こうして、「9:03 分に妹と兄が同時に出発して、同じ時間だけ進むと、何分で兄は妹に追いつくか (差の 180m を 0m にできるか)」ということになります。

	兄	妹	兄の進んだ距離 - 妹の進んだ距離
1 分後	65m	60m	$65 \times 1 - 60 \times 1 = (65 - 60) \times 1 = 5\text{m}$
2 分後	130m	120m	$65 \times 2 - 60 \times 2 = (65 - 60) \times 2 = 10\text{m}$
...
5 分後	325m	300m	$65 \times 5 - 60 \times 5 = (65 - 60) \times 5 = 25\text{m}$
...
□分後			$65 \times \square - 60 \times \square = (65 - 60) \times \square = 180\text{m}$

従って、 $180 \div (65 - 60) = 36$ 分後 (答え) となるわけです。視覚的に問題を分析させるようにすることが正解への確かな早道です。

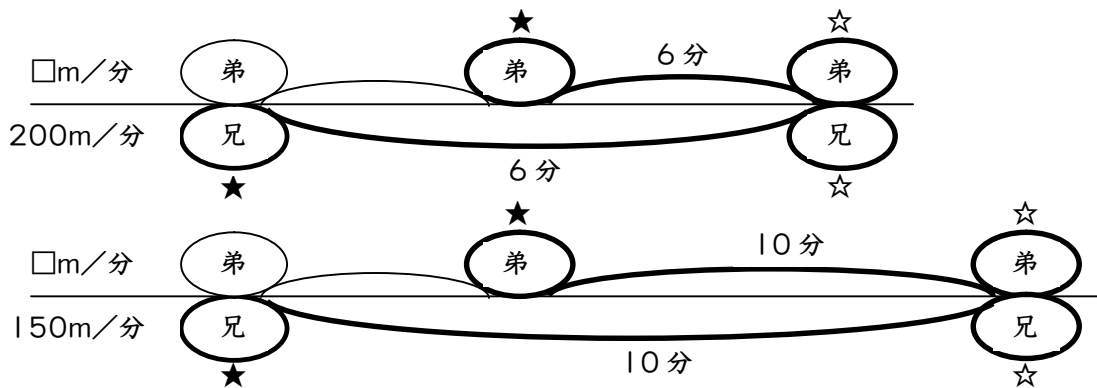
【2】4科のまとめ解説 (p.61)

① ~ ④ 解説は省略します。

⑤

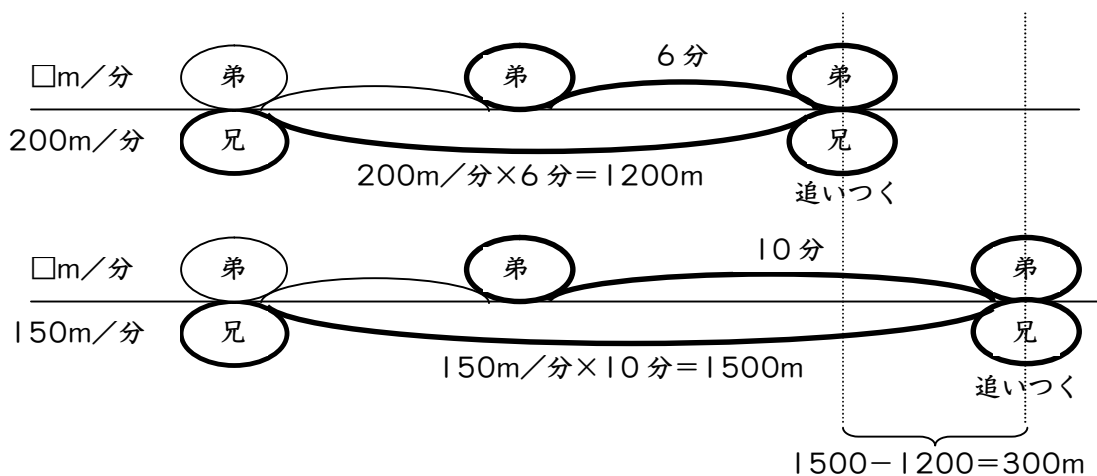
弟は、家を出て駅に向かいました。家にいた兄は弟の忘れものに気がつき、自転車で忘れものを持って弟を追いかけてきました。兄は、毎分 200m の速さで走れば 6 分で追いつき、毎分 150m の速さで走れば 10 分で追いつきます。このとき、弟の速さは毎分何 m ですか。

問題文の要素を図にしましょう。ポイントは、「ヨーイドンで同時に出発して、同じ時間だけ進む」ですね。下の図で、兄と弟はそれぞれ、★の地点から同時に出発して同じ時間だけ進んでいますから、兄と弟は★から☆までは同じ時間だけ進んでいます。この前提条件・原理を理解しないまましていると、速さの問題が得意になることはありません。



ここまできても、手を止めてしまう生徒がいます。そのようなときは、「速さ・時間・距離のうち2つが分かっているところから手をつける」という原則に従って、どんどん計算しましょう。

すると兄のほうは、速さも時間も分かっていますから、兄が進んだ距離を求めることができることに気付くでしょう。そうすれば、弟が $10 - 6 = 4$ 分で進んだ距離が浮かび上がってきます。

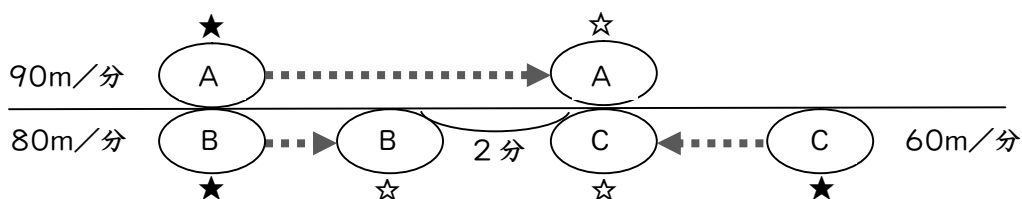


従って、弟の速さは、 $300\text{m} \div 4\text{分} = 75\text{m/分}$ (答え) となります。

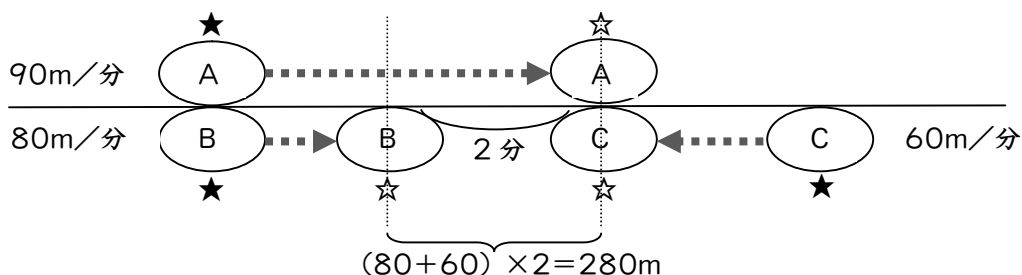
6

A君とB君は学校から公園に向かって、C君は公園から学校に向かって同時に出発しました。A君、B君、C君の速さはそれぞれ毎分90m、毎分80m、毎分60mです。このとき、A君とC君が出会ってから2分後にB君とC君が出会いました。学校から公園までは何kmですか。

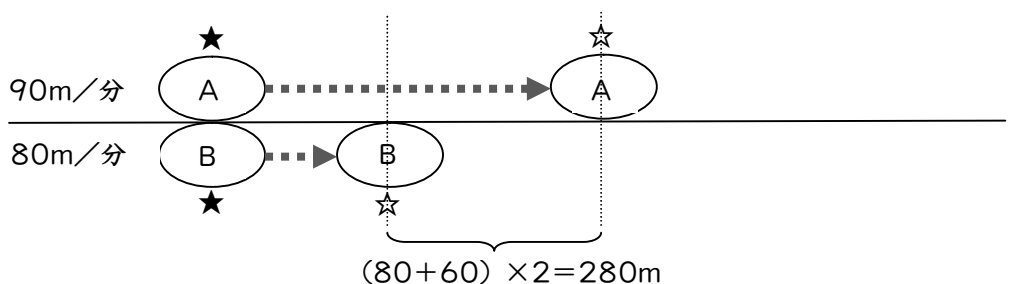
自力で解けなくても、ただ解答を読んで式をなぞるようなことだけはやめましょう。自分の力で、問題文の要素を図にしましょう。ポイントは、「ヨーイドンで同時に出発して、同じ時間だけ進む」ですね。下の図は、3人がそれぞれ★の地点から同時に出発して同じ時間だけ進み、AとCが出会ったところまでを示しています。矢印の長さは違いますが、かかる時間はすべて同じです。



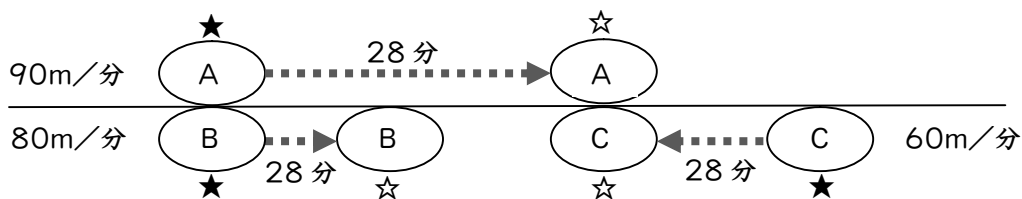
この2分後にBとCが、同時に出発して出会います。このことからBCの距離が求まります。



そして、上の図からCの部分を取ってAとBを比べると、次のようになります。



すると、AとBが★→☆まで同じ時間だけ移動すると、340mの差が生じることが分かります。ですから、★→☆は $280 \div (90 - 80) = 28$ 分ですね。ここで大切なのは、「三人が同時に出発した」という前提条件です。ですからCも、★→☆の間は34分かかっているんです。

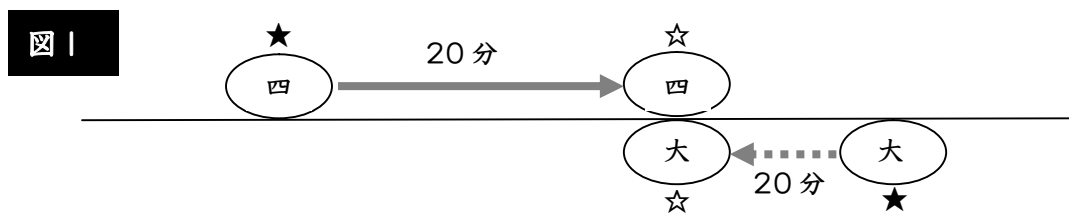


従って、学校と公園の距離は、AとCの出会い算で、 $(90 + 60) \times 28 = 4200\text{m} = 4.2\text{ km}$ (答え) となります。大事ななのは、「同時にスタート」を図で表現することですね。

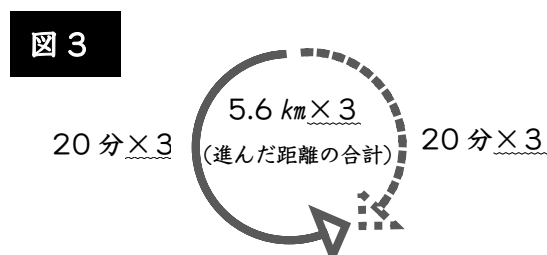
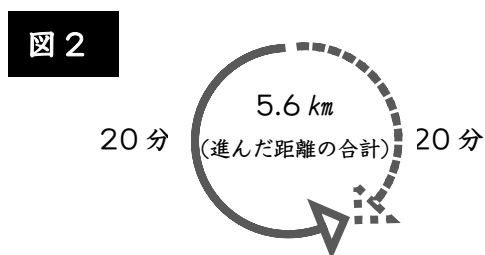
7

A 地点と B 地点は 5.6 km 離れています。四谷君は A 地点を、大塚さんは B 地点を同時に出発して、自転車で AB 間を 1 往復します。二人は出発してから 20 分後に初めて出会い、2 回目に出会ったのは A 地点から 1.6 km 離れたところでした。四谷君の速さは毎分何 m ですか。

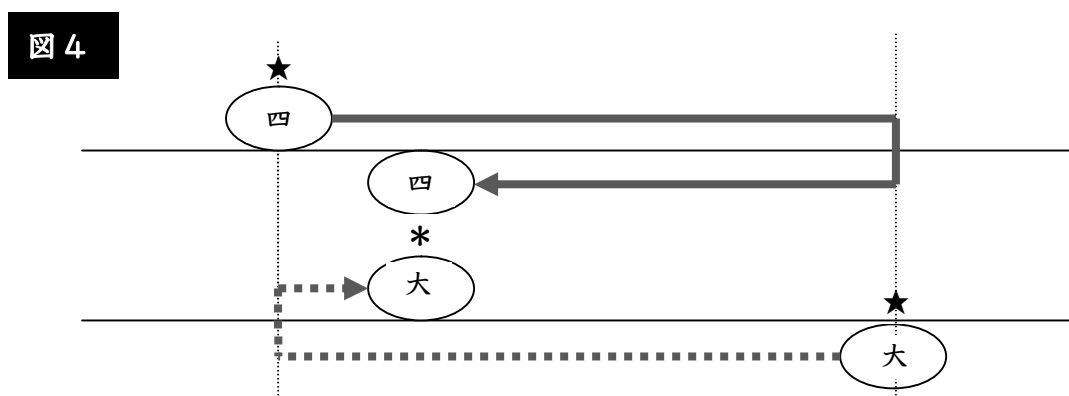
これができない原因もまた、「同時に出発して同じ時間だけ進む」という旅人算の本質を理解していないためです。まず、1 回目に出会う場面からみてみましょう。



★→☆は、四谷君も大塚君もそれぞれ 20 分です。これが思考の出発点です。そしてまた、1 周 5.6 km の池の周りを反対方向に歩くという場合でも、やはり 20 分後に出会います。



では次に、2 回目に出会う場面をみてみましょう。



上の図から、スタートから 1 回目に出会うまでに二人が進んだ距離の合計 (図 1) の 3 倍が、スタートから 2 回目までに二人が進んだ距離の合計 (図 4) になっているんですね。すると、図 2 と図 3 を比較して、池の周りが 3 倍になれば、二人が出会う時間も 3 倍になります。つまり、スタートしてから二人が 2 回目に出会うまでの時間は二人とも $20 \times 3 = 60$ 分となります。

従って、四谷君の速さは、 $(5600 \times 2 - 1600) \div 60 = 160$ m / 分 (答え) です。